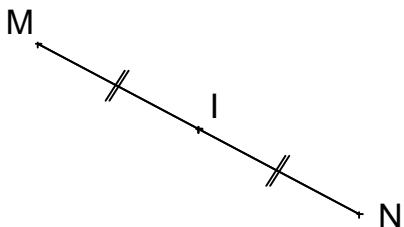


## 11 La symétrie centrale

### 11.1 Définition

Soit  $M$  et  $I$  deux points. L'image (ou le symétrique) du point  $M$  dans la symétrie centrale de centre  $I$  est le point  $N$  tel que  $I$  est le milieu du segment  $[MN]$ .



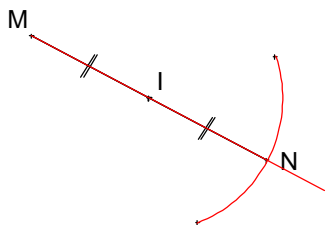
L'image du point  $I$  est lui-même. C'est le seul point qui reste invariant (qui est sa propre image) dans la symétrie de centre  $I$ .

### 11.2 Constructions et propriétés

#### □ Construction 1 :

Soit  $I$  et  $M$ . Construire  $N$  l'image de  $M$  dans la symétrie de centre  $I$

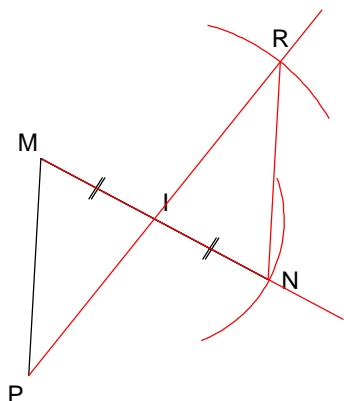
On trace la demi-droite  $[MI]$  puis on trace l'arc de cercle de centre  $I$  et de rayon  $IM$  qui coupe la demi-droite en  $N$  (et en  $M$ .)



#### □ Construction 2 :

Soit  $I$ ,  $M$  et  $P$ . Construire l'image du segment  $[MP]$  dans la symétrie centrale de centre  $I$ .

On construit l'image de  $M$  puis l'image de  $P$ . On trouve ainsi les extrémités de l'image du segment.

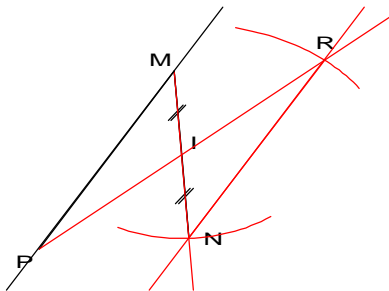


Propriété : l'image d'un segment dans une symétrie centrale est un segment de même longueur (la symétrie centrale conserve les distances).

□ Construction 3 :

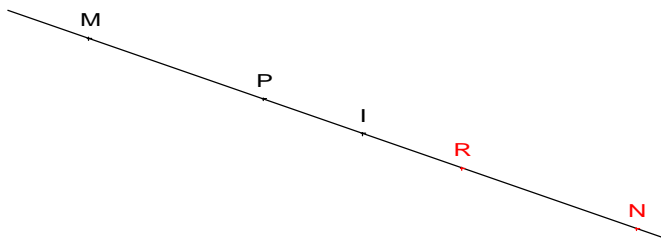
Soit  $I$  et une droite  $D$ . Construire l'image de  $D$  dans la symétrie centrale de centre  $I$ .

On choisit deux points sur la droite  $D$   $M$  et  $P$  et on procède comme dans la construction 2 mais on trace la droite  $(RN)$  au lieu de tracer le segment.



Propriété : l'image dans une symétrie centrale est une droite qui lui est parallèle.

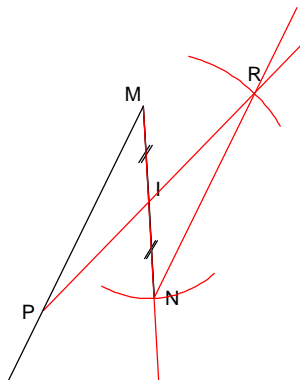
Cas particulier : si  $I$  appartient à la droite  $D$ , la droite  $D$  est sa propre image. Elle est dite globalement invariante.



□ Construction 4 :

Soit  $I$  et  $[Mx)$  une demi-droite. Construire l'image de  $[Mx)$  dans la symétrie centrale de centre  $I$ .

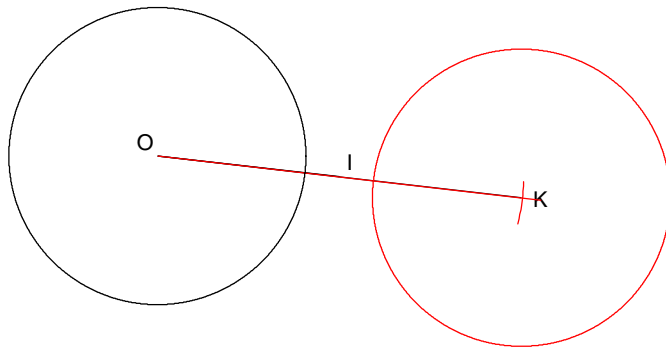
On choisit un point  $P$  sur  $[Mx)$  et on procède comme pour la construction 2 mais on trace la demi-droite  $[NR)$  au lieu du segment.



□ Construction 5 :

Soit  $I$  et  $C$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$ . Construire l'image de  $C$  dans la symétrie centrale de centre  $I$

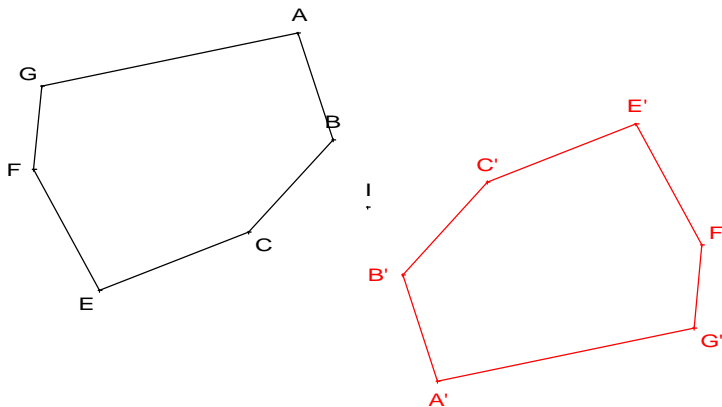
On construit l'image K du point O puis on trace le cercle de centre K, de rayon r.



□ Construction 6 :

Soit I et un polygone. Construire l'image du polygone par la symétrie centrale de centre I.

On construit l'image de chaque sommet du polygone pour construire les images des côtés du polygone.



Propriété : l'image d'un angle est un angle de même mesure (la symétrie centrale conserve la mesure des angles)

$$\text{ici } \widehat{GAB} = \widehat{G'A'B'}$$

Propriété : l'image d'une figure géométrique est une figure géométrique ayant la même aire (la symétrie centrale conserve la mesure des aires).

### 11.3 Centre de symétrie d'une figure

Définition : un point K est le centre de symétrie d'une figure si la figure est sa propre image dans la symétrie centrale de centre K.

Exemples :

Tout point d'une droite est un centre de symétrie de cette droite.

Le centre d'un cercle est un centre de symétrie pour ce cercle.

Voir les fiches parallélogramme, rectangle, losange, carré.